

*Буров А.В., доктор технических наук, профессор*

*Независимый исследователь*

*Россия, г. Санкт-Петербург*

*Попов Ю.И., кандидат физико-математических наук, доцент*

*доцент кафедры физики*

*СПбГЭТУ «ЛЭТИ»*

*Россия, г. Санкт-Петербург*

## **О ПАРАДОКСЕ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ**

*Аннотация. Среди изучающих физику часто бытует мнение о том, что явная зависимость кинетической энергии тела от выбора инерциальной системы отсчета якобы противоречит закону сохранения энергии и принципу относительности Галилея. Ошибочность такого мнения может быть проиллюстрирована на примере столкновения двух шаров. Разбор данного примера может быть полезен при изучении механики в общем курсе физики.*

*Ключевые слова: физика, механика, инерциальная система отсчета, принцип относительности Галилея, кинетическая энергия, законы сохранения.*

*Students of physics often believe the kinetic energy of a body obvious dependence on the choice of the inertial reference frame seems to contradict the law of conservation of energy and Galilean relativity. The fallacy of such approach can be shown in the case of two balls collision. Analysis of this case might be helpful when studying mechanics in the course of General Physics.*

*Key words: physics, mechanics, inertial reference frame, Galilean relativity, kinetic energy, the law of conservation of energy.*

Почти каждый, изучающий курс физики, рано или поздно сталкивается с кажущимся парадоксом: величина кинетической энергии тела явно зависит от выбора инерциальной системы отсчета (ИСО)<sup>1</sup>. Действительно, если в некоторой ИСО тело покоится, то и его кинетическая энергия равна нулю, но стоит перейти к другой ИСО, движущейся прямолинейно и равномерно относительно первой, как сразу же кинетическая энергия того же самого тела оказывается не только отличной от нуля, но и может быть сделана сколь угодно большой только за счет выбора ИСО. На первый взгляд, это вступает в явное противоречие с законом сохранения энергии<sup>2</sup> и принципом относительности Галилея<sup>3</sup>, согласно которому все ИСО эквивалентны в том смысле, что в каждой из них природные процессы протекают одинаково. Как же тогда быть с кинетической энергией, которая, как было показано выше, может изменяться совершенно произвольно лишь на основе выбора ИСО?

Наш повседневный опыт показывает, что кинетическая энергия тела не проявляет себя до тех пор, пока не произойдет взаимодействие данного тела с другими телами. Например, выпущенный со скоростью почти  $2 \frac{км}{с}$  артиллерийский подкалиберный снаряд в полете никак себя не проявляет, но при непосредственном попадании даже в достаточно толстую броню толщиной несколько сотен миллиметров прошивает ее, как лист бумаги. В то же время, если в ту же самую броню бросить рукой камень, никаких видимых последствий для брони не наблюдается. Понятно, что причиной столь различных последствий удара является различие на несколько порядков кинетических энергий снаряда и камня, которые в условиях нашего примера в конечном итоге частично или целиком переходят в тепло. Именно такая трансформация энергии приводит к тому, что снаряд пробивает броню, а камень, скорее всего, раскалывается на куски.

<sup>1</sup> Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: в 10 т. Т. 1. Механика. М.: Наука, 1988. С. 14.

<sup>2</sup> Матвеев А. Н. Механика и теория относительности. М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век»; ООО «Издательство «Мир и Образование», 2003. С. 159.

<sup>3</sup> Там же. С. 79.

Но разве кинетическая энергия не зависит от выбора ИСО? Разве нельзя подобрать ИСО таким образом, чтобы скорость камня была даже выше  $2 \frac{KM}{c}$ , а в другой ИСО скорость снаряда оказалась равной нулю? Разве может от этого измениться результат? Здравый смысл подсказывает, что не может.

Опираясь на наш повседневный опыт, можно заключить, что результат столкновения тел определяется в основном не их скоростями в каких-то определенных ИСО, а относительной скоростью их сближения. Если в рассмотренном примере считать броню неподвижной и скорости снаряда и камня вычислять относительно брони, то все становится на место: скорость снаряда  $2 \frac{KM}{c}$ , а скорость камня в лучшем случае около десяти метров в секунду, откуда их кинетические энергии различаются на порядки, а, значит, и результаты ударов имеют совершенно различные последствия. Но значит ли это, что все задачи о столкновениях следует решать исключительно в тех ИСО, которые связаны с одним из взаимодействующих тел? Как же тогда быть с принципом относительности Галилея? Неужели он применим не во всех случаях?

Несмотря на кажущуюся простоту проблемы, ее полное и подробное решение трудно найти в большинстве учебников физики, поэтому мы проясним вопрос на достаточно наглядном примере столкновения двух шаров. Мы покажем, что результат абсолютно неупругого столкновения двух шаров не зависит от выбора ИСО. Другими словами, от такого выбора не зависит та часть кинетической энергии сталкивающихся тел, которая при абсолютно неупругом ударе переходит в тепло.

Сделаем несколько предварительных предположений:

1. Шары движутся в пространстве, свободном от внешних сил и полей.
2. Распределение масс внутри шаров сферически-симметричное.
3. Шары не несут на себе электрических зарядов и состоят из немагнитных материалов, так что электродинамическое взаимодействие между ними отсутствует.
4. Массы шаров достаточно малы в том смысле, что их гравитационным взаимодействием можно пренебречь.

5. До и после столкновения шары движутся прямолинейно и равномерно так, что их центры масс (а при наших предположениях – и центры самих шаров) располагаются на одной прямой, которую примем за ось абсцисс ИСО.
6. Скорости движения шаров будем считать нерелятивистскими.
7. Удар шаров друг о друга будем считать центральным.
8. После абсолютно неупругого удара шары объединяются в одно тело, не образуя осколков.

Введем следующие обозначения:

$m_1$  – масса первого шара;

$m_2$  – масса второго шара;

$\vec{v}_1$  – скорость первого шара до удара;

$\vec{v}_2$  – скорость второго шара до удара;

$\vec{v}$  – скорость обоих шаров после удара;

$W_0$  – суммарная кинетическая энергия системы двух шаров до удара;

$W$  – суммарная кинетическая энергия системы двух шаров после удара;

$\Delta W$  – часть кинетической энергии системы двух шаров, которая после удара переходит в тепло.

Пусть в некоторой ИСО  $S$  два шара движутся навстречу друг другу, как это показано на Рис. 1.

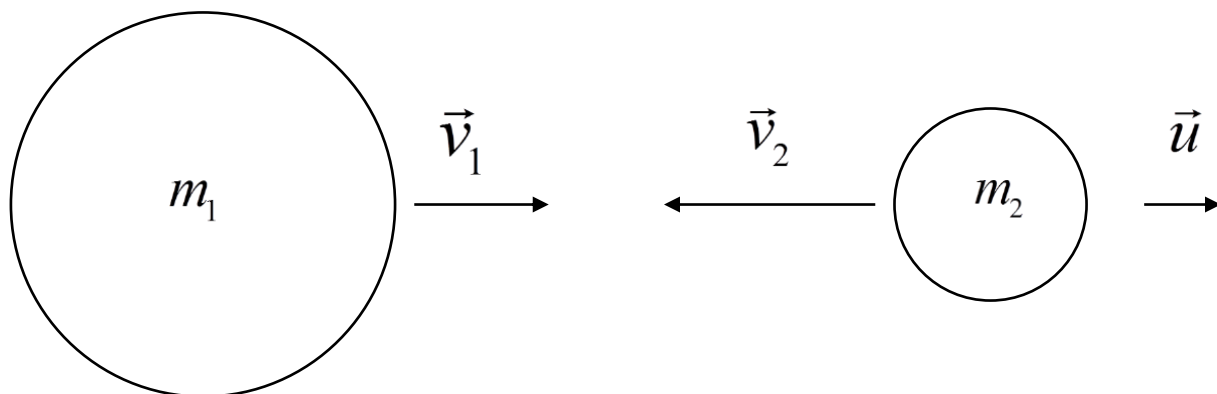


Рис. 1

После удара оба шара, составляющие единое тело массой  $m_1 + m_2$ , продолжают движение со скоростью  $\vec{v}$ . По закону сохранения импульса<sup>4</sup> при наших предположениях выполняется равенство  $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}$ . Отсюда можно найти скорость  $\vec{v}$ :

$$\vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}, \quad v = |\vec{v}| = \frac{|m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2|}{m_1 + m_2}. \quad (1)$$

До удара суммарная кинетическая энергия обоих шаров определяется равенством:

$$W_0 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}. \quad (2)$$

После удара кинетическая энергия объединенных шаров составит:

$$W = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}. \quad (3)$$

На основании (2), (3) убыль кинетической энергии:

$$\Delta W = W_0 - W = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}. \quad (4)$$

Очевидно, что в условиях нашего примера убыль кинетической энергии равна той части начальной суммарной энергии шаров, которая после абсолютно неупругого удара выделяется в виде тепла.

Вычислим величину  $\Delta W$ . На основании (1):

$$v^2 = \frac{|m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2|^2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2 + 2m_1 m_2 v_1 v_2 \cos(\vec{v}_1, \vec{v}_2)}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Для ситуации, изображенной на Рис. 1,  $\cos(\vec{v}_1, \vec{v}_2) = -1$ , откуда:

$$v^2 = \frac{m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2 - 2m_1 m_2 v_1 v_2}{(m_1 + m_2)^2},$$

ИЛИ

$$v^2 = \frac{(m_1 v_1 - m_2 v_2)^2}{(m_1 + m_2)^2}. \quad (5)$$

Отсюда на основании (4), (5) имеем:

$$\Delta W = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)}{2} \frac{(m_1 v_1 - m_2 v_2)^2}{(m_1 + m_2)^2},$$

или

$$\Delta W = \frac{m_1 m_2 (v_1 + v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}. \quad (6)$$

Рассмотрим теперь ту же задачу в новой ИСО  $S'$ , относительно которой ИСО  $S$  движется со скоростью  $\vec{u}$  (Рис. 1). Все величины, относящиеся к новой ИСО  $S'$ , будем отмечать штрихом. В новой ИСО шары имеют скорости соответственно  $\vec{v}'_1 = \vec{v}_1 + \vec{u}$  и  $\vec{v}'_2 = \vec{v}_2 + \vec{u}$ . Как видно из Рис. 1  $v'_1 = v_1 + u$ ,  $v'_2 = v_2 - u$ . Отсюда на основании (6) в новой ИСО

$$\Delta W' = \frac{m_1 m_2 (v'_1 + v'_2)^2}{2(m_1 + m_2)} = \frac{m_1 m_2 (v_1 + u + v_2 - u)^2}{2(m_1 + m_2)} = \Delta W.$$

Мы убедились в том, что величина переходящей в тепло убыли кинетической энергии системы двух сталкивающихся шаров одинакова в обоих ИСО  $S$  и  $S'$ . Аналогичными вычислениями легко показать, что то же самое получается и тогда, когда вектор  $\vec{u}$  на Рис. 1 направлен в противоположную сторону. Ввиду произвольности ИСО  $S$  и  $S'$  полученный результата справедлив и в общем случае. Для лучшего уяснения полученного результата рассмотрим частный случай (Рис. 2), когда  $m_1 = m_2 = m$ ,  $\vec{v}_1 = -\vec{v}_2 = \vec{v}_0$ ,  $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v_0$ .



Рис. 2

На основании (1), (2), (3), (4) имеем:

$$v = 0, \quad W_0 = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{mv_0^2}{2} = mv_0^2, \quad W = 0, \quad \Delta W = W_0 = mv_0^2. \quad (7)$$

Введем теперь новую ИСО, разместив начало координат в центре правого шара (Рис. 3).



Рис. 3

В новой ИСО правый шар покоится, а левый движется по направлению к нему со скоростью  $2\vec{v}_0$ . Отсюда на основании (1), (2), (3), (4) имеем:

$$\vec{v}' = \vec{v}_0, \quad v' = v_0, \quad W'_0 = \frac{m(2v_0)^2}{2} = 2mv_0^2, \quad W' = \frac{2mv_0^2}{2} = mv_0^2,$$

откуда

$$\Delta W' = 2mv_0^2 - mv_0^2 = mv_0^2. \quad (8)$$

Сравнивая (7) и (8) убеждаемся в том, что убыль суммарной кинетической энергии обоих шаров, которая после удара преобразуется в тепло, в обоих случаях составляет одну и ту же величину  $\Delta W = \Delta W' = mv_0^2$ .

#### Использованные источники:

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: в 10 т. Т. 1. Механика. М.: Наука, 1988. 216 с.
2. Матвеев А. Н. Механика и теория относительности. М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век»; ООО «Издательство «Мир и Образование», 2003. 432 с.